**Тема: «Задачи на подсчет числа перестановок»**

Цель: закрепить правило умножения при решении комбинаторных задач; повторить другие способы решения задач, провести самостоятельную работу, ввести понятие «перестановка» и решать задачи, решаемые с помощью этой простейшей комбинацией.

I. Организационный момент.

II. Изучение новой темы:

Сегодня на уроке и на последующих уроках мы пытаемся классифицировать, разбить на типы те комбинации, с которыми вы уже сталкивались при решении задач. Обратимся к последней задаче: в ней даны 3 объекта, нужно составить из них все возможные комбинации, переставляя их между собой. Такие комбинации называются перестановками из n элементов.

*Итак, перестановкой из n элементов называется каждое расположение этих элементов в определённом порядке (т.е. перестановки отличаются друг от друга только порядком расположения элементов)*

Для 3-х элементов (n=3) мы получили 6 перестановок, т.е. 

А если объектов 4? (n=4). То 

А если объектов 5? (n=5). То 5·

А если n? То n·(n-1)·(n-2)·…·3·2·1.

Это произведение выражает количество перестановок из n элементов и обозначают Pn.

Pn=1·2·3·(n-2)·(n-1)· n.

Произведение всех натуральных чисел от 1 до n, т.е. 1·2·3·(n-2)·(n-1)· n обозначают n! (читают эн факториал)

Например: 1!=1 2!=1·2=2 6!=1·2·3·4·5·6=720

Следовательно, число перестановок n предметов равно n!

Примеры разберём с комментариями.

Пример 1. Сколькими способами можно расставить 8 участниц финального забега на 8 беговых дорожках?

Решение: Число способов равно числу перестановок из 8 элементов. По формуле числа перестановок находим, что . Значит существует 40 320 способов расстановки участниц забега на 8 беговых дорожках.

Пример 2. Сколько различных четырехзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр 0, 2, 4, 6?

Решение: Из цифр 0, 2, 4, 6 можно получить перестановок. Из них надо исключить те перестановки, которые начинаются с 0, так как натуральное число не может начинаться с цифры 0. Число таких перестановок равно . Значит, искомое число четырехзначных чисел равно . Получаем =4! – 3! = 24 – 6 = 18.

Пример 3. Имеется девять различных книг, четыре из которых – учебники. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы все учебники стояли рядом?

Решение: Сначала будем рассматривать учебники как одну книгу. Тогда на полке надо расставить не девять, а шесть книг. Это можно сделать способами. В каждой из полученных комбинаций можно выполнить перестановок учебников. Значит, искомое число способов расположения книг на полке равно произведению .

Получаем =6! 4! = 720  24 = 17 280.

Сколько среди четырехзначных чисел, составленных из цифр 3, 5, 7, 9 (без их повторения), таких, которые: а) начинаются с цифры 3; б) кратны 15?

Решение:а) Из цифр 3, 5, 7, 9 составляем четырёхзначные числа, начинающиеся с цифры 3. Фиксируем цифру 3 на первом месте; тогда на трёх оставшихся местах в произвольном порядке могут располагаться цифры 5, 7, 9. Общее количество вариантов их расположения равно Р=3!=6. Столько и будет различных четырехзначных чисел, составленных из данных цифр и начинающихся с цифры 3.

б) Заметим, сумма данных цифр 3+5+7+9= 24 делится на 3, следовательно, любое четырёхзначное число, составленное из этих цифр, делится на 3. Для того чтобы некоторые из этих чисел делились на 15, необходимо, чтобы они заканчивались цифрой 5.

Фиксируем цифру 5 на последнем месте; остальные 3 цифры можно разместить на трёх местах перед 5 Р=3!=6 различными способами. Столько и будет различных четырёхзначных чисел, составленных из данных цифр, которые делятся на 15.

*Ответ*: а) 6 чисел; б) 6 чисел.

Сколько чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4 (без их по­вторения), таких, которые: а) больше 3000; б) больше 2000?

Решение: а) Среди чисел составленных, составленных из цифр 1, 2, 3, 4 (без повторения), больше 3000 будут четырёхзначные числа, начинающиеся с цифр 3 или 4. Фиксируем на первом месте 3, количество чисел равно Р=3!=6.

Фиксируем на первом месте 4, количество чисел равно Р=3!=6.

Таким образом, среди чисел, составленных из цифр 1, 2, 3, 4, есть 6+6=12 чисел больше 3000.

б) Среди чисел составленных, составленных из цифр 1, 2, 3, 4 (без повторения), больше 2000 будут четырёхзначные числа, начинающиеся с цифр 2, 3 или 4. Количество таких чисел равно 6 (фиксирована 2)+6(фиксирована 3)+ (фиксирована 4)=18. Можно применить метод исключения ненужных вариантов:Р- Р(фиксирована 1) =4!-3!=24-6=18.*Ответ*: а) 12 чисел; б) 18 чисел.

. III. Закрепление.

Семь мальчиков, в число которых входят Олег и Игорь, становятся в ряд. Найдите число возможных комбинаций, если:

а) Олег должен находиться в конце ряда;

б) Олег должен находиться в начале ряда, а Игорь — в конце ряда;

в) Олег и Игорь должны стоять рядом.

Домашняя работа М.И.Башмаков № 4.43